

# Arbeitskreis ‚Geometrie‘

## Herbsttagung 2006

Die 25. Herbsttagung des Arbeitskreises Geometrie fand zum wiederholten Male im unterfränkischen Marktbreit an der Spitze des Maindreiecks statt. Die Tagung stand dieses Jahr unter dem Motto: *Experimentelle Geometrie – Geometrie einmal anders*.

Die Gegenstände der Geometrie als gedankliche Idealisierungen entstammen den Erfahrungen des Einzelnen in seinem Umgang mit „konkreten“ Objekten in Ebene und Raum. Zu konkreten geometrischen Gegenständen kann man Fragen stellen: Mit welchen Flächen kann man einen regelmäßigen Polyeder bilden? Wo ist der Schwerpunkt eines Fünfecks? Welche Vierecke kann man an einem Geobrett spannen? In dieser Hinsicht sind auch solche Objekte „konkret“, mit denen man „hantiert“, wenn man mit computergestützten Geometrieumgebungen arbeitet. Gerade dynamische Geometriesoftware eröffnet neue Wege des experimentierenden Umgangs mit geometrischen Formen.

Auf der 25. Herbsttagung 2006 sollten die vielfältigen Aspekte des experimentellen Herangehens an die Geometrie beleuchtet werden.

Insgesamt fanden sich 20 Teilnehmerinnen und Teilnehmer (so viele wie schon lange nicht mehr) vom 15.–17. 9. 2006 in der AWO-Akademie in Marktbreit ein, um insgesamt zehn Vorträgen zu zuhören.

Eine Neuerung war diesmal, dass die Vortragenden neben einem obligatorischen Abstract auch noch eine mehrseitige Ausarbeitung des Vortrages vor der Tagung den Teilnehmern über eine Website (<http://mathematik.ph-weingarten.de/AKGeometrie06/>) zur Verfügung stellen mussten. Dieses Verfahren wurde erfreulicher Weise von fast allen Vortragenden eingehalten. Es war so für die Zuhörer möglich sich im Vorfeld schon in die Themengebiete der Vorträge einzulesen. Die sehr fundiert geführten Diskussionen im Anschluss an die Vorträge zeigten, dass von dieser Möglichkeit auch wirklich gebrauch gemacht wurde. Es zeigte insgesamt auch eine deutliche Qualitätssteigerung bei den Vorträgen. Es bleibt zu hoffen, dass dieses Verfahren beibehalten wird.

Eine weitere Neuerung ist auch, dass man versucht die Vorträge der Tagung in einem Tagungsband zu publizieren. Es soll ein kleines Review-Verfahren durchgeführt werden, zu dem sich auch die Teilnehmer bereit erklärt haben. Einzig ein kostengünstiger Verlag wäre noch zu finden.

Als Rahmenprogramm fand am Samstagabend wieder einen Weinprobe statt, die aber diesmal nicht den Ansprüchen der Teilnehmer genügte. Hier wird man beim nächsten mal wieder auf den bewährten Winzer aus dem Jahr 2004 zurückgreifen. Nun soll noch kurz über die Inhalte der Vorträge berichtet werden:

*Lucas Amiras, PH Weingarten:* Protogeometrische Lernumgebungen zur Behandlung geometrischer Grundbegriffe Ausgehend von einer kurzen Besprechung geläufiger Behandlungsweisen geometrischer Grundbegriffe von der Schule bis zur Hochschule am Beispiel der geraden Linie wird auf den Beitrag der „Protogeometrie“ zur Lösung des begrifflichen und didaktischen Problems ihrer Interpretation eingegangen. Zur Lösung des didaktischen Problems einer angemessenen Sinngebung geometrischer Grundbegriffe im Unterricht werden neue, protogeometrisch orientierte Lernumgebungen vorgeschlagen.

*Thomas Gawlick, Universität in Landau:* Welche konzeptionellen Rahmenbedingungen sind dem geometrischen Experimentieren förderlich?

In Fortsetzung und Kontrast zum letztjährigen Vortrag wird über Erfahrungen mit geänderten Rahmenbedingungen in der einführenden Geometrie-Vorlesung für GHS-Studierende berichtet. Es zeigt sich: Eine Verschlinkung des axiomatischen Aufbaus und der begrifflichen Vielfalt führt nicht per se zu einer Lernumgebung, die zu geometrischen Erkundungen einlädt und ein sorgfältiges Begründen der gefundenen Ergebnisse unterstützt. Anhand studentischer Bearbeitung wird versucht herauszuarbeiten, welche konzeptionellen Rahmenbedingungen dem geometrischen Experimentieren förderlich sind und welche scheinbaren Erleichterungen eher hinderlich wirken.

Andreas Goebel, *Otto-Hahn-Gymnasium, Göttingen*: Dynamische Raumgeometriesoftware – ein ideales Werkzeug zum Experimentieren in der Geometrie. Mit der Software „Archimedes Geo3D“ steht ein dynamisches Raumgeometriesystem zur Verfügung, das die üblichen Eigenschaften von DGS in der Ebene vollständig auf den Raum überträgt: Makros, Ortslinien (und -flächen), Zugmodus. Anhand ausgewählter Beispiele wird in das Experimentieren mit dieser Software eingeführt: ◦ Elementare Konstruktionen, ◦ Algebraische Flächen als Ortsflächen, ◦ Flächenfraktale. Auf Wunsch können Übungsphasen für eigene Experimente eingefügt werden.

Günter Graumann, *Universität Bielefeld*: Puzzeln und Schneiden mit Dreiecken und Vierecken aus Papier und anlogenen Figuren im Raum. In Klasse 5/6 kann man durch Puzzeln und Schneiden mit Dreiecken und Vierecken und analogen Figuren im Raum einerseits die Vorstellungen von der Formenvielfalt in der Geometrie sowie die Raumanschauung vertiefen und andererseits Entdeckungen machen, die spätere Sätze vorbereiten. Um das Prinzip kennen zu lernen, kann man mit den bekannten Polyominos beginnen und auf Dreieck-Polyominos sowie Würfel- und Tetraederpolyominos verallgemeinern. Als Nächstes betrachten wir Rechtecke und Dreiecke, die wir zerschneiden und wieder zu neuen Rechtecken bzw. Dreiecken zusammenfügen, wobei man nach Möglichkeiten der Iteration des Verfahrens oder Verallgemeinerung (z. B. auf Quader und Dreieckspyramiden) fragen kann. Ein besonderes Interesse wird dabei der Veränderung des Umfangs bei gleichbleibendem Inhalt sein.

Reinhold Haug, *PH-Freiburg*: Produktives Üben des räumlichen Vorstellungsvermögens – virtuelle Räume neu entdecken. Räumliches Vorstellungsvermögen ist neben Wortverständnis, Auffassungsgabe oder logischem Denken einer der Hauptfaktoren menschlicher Intelligenz. In vielen Teildisziplinen der Mathematik bildet es die Grundlage für einen Erfolg im Mathematikunterricht. Räumliches Vorstellungsvermögen kann umschrieben werden als die Fähigkeit, in der Vorstellung räumlich zu sehen und räumlich zu denken. Es geht über die Sinneswahrnehmung hinaus, indem die Umwelt nicht nur registriert, sondern auch gedanklich verarbeitet wird. Hierbei gilt es vor allem, die Fähigkeit, Bilder mental zu manipulieren, sowie neue Bilder aus vorhandenen zu entwickeln, weiter zu schulen sowie zu fördern. Mit dem Softwareprogramm

BAUWAS soll deshalb anhand eines erprobten Unterrichtskonzepts gezeigt werden, wie Haupt-, Real- und Gymnasialschüler ab der 5. Klasse produktiv sowie entdeckend in einer computergestützten Lernumgebung diese Fähigkeiten üben können.

Anselm Lambert, *Uni Frankfurt am Main*: Experimentelle Geometrie, damals?

Wie viele gute Ideen hat auch „Experimentelle Geometrie“ bereits eine lange Tradition. Blicke in die didaktische Literatur (nicht nur) des letzten Jahrhunderts offenbaren Vorschläge von bleibendem Interesse, auch solche, die bei Nutzung Neuer Medien und Werkzeuge, ihr Potential noch erweitern. Allerdings muss man auch festhalten, dass diese alten Vorschläge zu einer neuen Aufgabenkultur bis heute kaum im Unterricht angekommen sind. Und die Frage drängt sich auf: Experimentelle Geometrie, morgen? In diesem Zusammenhang wird kurz über eine Umfrage zu Geometrie berichtet, die unter Lehramtsstudierenden bei deren Studienbeginn ( $N > 100$ ) durchgeführt wurde. Wie viel Prozent waren wohl in der Lage die folgende Aufgabe richtig zu lösen: „Ein Aquarium ist (innen) 50 cm breit, 40 cm hoch und 30 cm tief. Wie viel Liter Wasser fasst es maximal?“

Hartwig Meißner, *Universität Münster*: Dreißig geometrische Körper – und was in ihnen steckt. Erfahrungen aus dem Alltag werden mit Hilfe einer Sammlung von ca. 30 verschiedenen geometrischen Körpern thematisiert, abstrahiert und mathematisiert. Das Experimentieren und Arbeiten mit diesen Körpern führt auf einer überwiegend enaktiven Ebene (in einer etwa 7-stündigen Unterrichtsreihe Grundschule) zu zahlreichen zwei- und dreidimensionalen geometrischen Begriffsbildungen. Es sollen mehrere Video-Sequenzen gezeigt werden, mit denen sich die Entstehung von geometrischen „Vorstellungen“ belegen lässt.

Reinhard Oldenburg, *PH Heidelberg*: Experimentelle Geometrie von Lietzmann bis Lego. Lietzmann hat vor 50 Jahren ein ganzes Buch dem diesjährigen Tagungsthema, der experimentellen Geometrie, gewidmet. Es stellt immer noch eine Fundgrube guter Ideen dar. Heute aber sind die Möglichkeiten, Schüler wirklich experimentell arbeiten zu lassen, deutlich verbessert, weil Computer eine virtuelle mathematische Welt für Experimente bereitstellen können und auch, weil Baukästensysteme zum handwerklichen Experi-

mentieren einladen. Im Vortrag sollen dafür Beispiele gegeben werden und begründet werden, dass eine Kombination von virtueller Welt und realem Experiment erstrebenswert ist.

*Stefan Rosebrock, Päd. Hochschule Karlsruhe:* Experimentieren mit Färbungen von Zerlegungen  
Färbungen von Zerlegungen der Ebene eröffnen ein weites Feld zum Experimentieren in der Geometrie. Mit einer großen Zahl an interessanten Fragestellungen in allen Schwierigkeitsgraden, von Grundschulniveau bis zur Sekundarstufe II, kann man geometrisch und algebraisch Zerlegungen besser verstehen. Eine typische Frage wäre etwa: Kann man  $n$  Kacheln einer gegebenen Zerlegung so einfärben, dass ein reguläres  $n$ -Eck entsteht? Wenn ja, geht das auf verschiedene Weisen (wobei zu klären wäre, was in diesem Zusammenhang „verschieden“ heißt)?

*Hans Walser, Uni Basel:* Optimierung in der Geometrie

Optimierung in der Geometrie Für Optimierungsprobleme in der Geometrie bieten sich Experimente auf drei Ebenen an: ◦ Reale Experimente  
◦ Simulierte Experimente mit DGS ◦ Gedankenexperimente Der Vortrag bringt Beispiele, die zu allen drei Ebenen passen. Die Tagungsteilnehmer waren eingeladen zum Mitdenken, Mitverfolgen am Bildschirm und konnten selber Hand anlegen. Es gibt saubere Finger dabei. Weblink: <http://www.math.unibas.ch/~walser>

#### Arbeitskreistagung 2007

Im Jahr 2007 wird die Arbeitskreistagung im Adam-Stegerwald-Haus der Jakob-Steiger-Stiftung (<http://www.adam-stegerwald-haus.de/>) in Königswinter stattfinden. Tagungstermin ist der 14.–16. September. Die Tagungskapazitäten sind auf 25 Personen beschränkt, was aber kein Problem darstellen sollte. Über das Tagungsmotto und Anmeldemodalitäten informiert die Homepage des Arbeitskreises ([http://home.ph-freiburg.de/leudersfr/gdm\\\_ak\\\_geometrie/](http://home.ph-freiburg.de/leudersfr/gdm\_ak\_geometrie/)).

M. Ludwig



Die Teilnehmer des Arbeitskreises: Führer, Haug, Amiras, Oldenburg, Wolff, Ludwig, Meißner, Leuders, Kortenkampf, Rosebrock, Göbel, Profke, Gawlick, Elschenbroich, Lambert, Zacher, Graumann, Heintz, Walser, Meyer (v.l.n.r.)

#### Berlin, 26. 3. 2007

##### Tagungen

Für die Herbsttagung von 2006 soll ein Tagungsband mit wechselseitig begutachteten Beiträgen herausgegeben werden.

Die Tagung für 2007 findet vom 14. 9. bis 16. 9. in Königswinter unter dem Titel „Bildung – Standards – Bildungsstandards“ statt. Details findet man auf der Internetseite: <http://www.ph-heidelberg.de/wp/oldenburg/akgeo/>

##### Personelles

Nach vier Jahren als Sprecher des AK Geometrie ist Timo Leuders nicht mehr zur Wahl angetreten. Für die geleistete Arbeit wurde ihm Dank ausgesprochen. Neben Matthias Ludwig, der als Sprecher bestätigt wurde, wurde Reinhard Oldenburg zum Sprecher gewählt.

Reinhard Oldenburg